AP TRB 2025

Question Booklet Series

A

Question Booklet Serial No.

வினாத் தொகுப்பிலுள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை :
No. of pages in Question Booklet :

1. தேர்வு எண் (தேர்வு அனுமதி சீட்டில் உள்ளவாறு)
   Roll No. (As in Hall ticket)

2. பாடம்
   Subject

3. OMR விடைத்தாள் எண் (விண்ணப்பதாரரே நிரப்ப வேண்டும்)
   OMR Answer Sheet No. (To be filled in by the candidate)

4. விண்ணப்பதாரரின் பெயர் (விண்ணப்ப படிவத்தில் நிரப்பியுள்ளபடி)
   Candidate's Name (As given in Application form)

5. விண்ணப்பதாரரின் கையொப்பம் (விண்ணப்ப படிவத்தில் நிரப்பியுள்ளபடி
   Candidate's Signature (As given in Application form)

6. கண்காணிப்பாளரின் கையொப்பம்
   Invigilator’s Signature

இந்த வினாத்தாளில் 130 கொள்குறிவகை வினாக்கள் உள்ளன. இந்த வினாத் தொகுப்பானது இரு பகுதிகளை கொண்டது. **பகுதி-"அ"**-வில் 30 வினாக்கள் உள்ளன. வினா எண் 1 முதல் 20 வரை இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்களும், 21 முதல் 30 வரை ஒரு மதிப்பெண் வினாக்களும் கொண்டுள்ளது. **பகுதி -"ஆ"** 100 ஒவ்வொரு கேள்விக்கும் 1.5 மதிப்பெண்கள் வழங்கப்படும். விண்ணப்பதாரர் அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டும் தவறான விடைகளுக்கு மதிப்பெண் குறைக்கப்பட மாட்டாது.

This booklet contains 130 multiple choice questions. This Question Booklet is made up of 2 Parts. Part "A" contains 30 questions (Q. No. 1 to 30). Q. No. 1 to 20 is of 2 marks each. Question No. 21 to 30 is of 1 mark each. Part "B" contains 100 questions (Q. No. 31 to 130). Each question is of 1.5 mark each. **There is no negative marking for wrong answer.**

அரசாணை எண் (Ms) எண் 49, மனித வளம் (M) துறை நாள் 23.05.2022 ன்படி மாற்று திறனாளிகள் கட்டாய தமிழ் தேர்விலிருந்து விலக்களிக்கப்பட்டுள்ளனர்.

As per GO (Ms) No. 49, Human Resources (M) Department, dated 23.05.2022 differently abled candidates are exempted from the Compulsory Tamil Language eligibility test.

(பக்கம் எண் 2, 3ல் தரப்பட்டுள்ள தமிழ் மற்றும் ஆங்கில வழி குறிப்புகளை படிக்கவும்)

Professor Academy

குறிப்புகள் / INSTRUCTIONS

(கவனமாக படித்து அதன்படி நடக்கவும் / READ CAREFULLY AND COMPLY)

முக்கிய குறிப்புகள் / IMPORTANT INSTRUCTIONS

OMR விடைத்தாளில், வினாத் தொகுப்பு வரிசையை அதற்கென தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் விண்ணப்பதாரரே சரியாக நிரப்ப வேண்டும்.
Candidate alone should fill the Question Booklet Series correctly at the prescribed place in the OMR Answer Sheet.

1. விண்ணப்பதாரர் தனக்கு அளிக்கப்பட்ட வினாத்தொகுப்பானது தனது பாடத்திற்குரியதா என்பதை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும் மாறி இருந்தால் உடனடியாக அறை கண்காணிப்பாளரிடம் தெரிவிக்க வேண்டும்.
   Candidates should verify the subject of the question paper given to him/her. If the subject is changed inform the Hall Superintendent immediately.
2. குறிப்புகளை முழுவதுமாக படித்துவிட்டு OMR விடைத்தாளில் வரிசை எண் 1-லிருந்து **16** மற்றும் வினாத்தொகுப்பில் வரிசை எண் 1-லிருந்து **16** வரையிலான தகவல்களை கவனமாக நிரப்பவும், நீங்கள் குறிப்புகளில் கூறியுள்ளபடி சரியான முறையில் தகவல்களை நிரப்பி கையொப்பம் இடாவிடில், உங்களது விடைத்தாளை மதிப்பீடு செய்யும் போது ஏற்படும் விளைவுகளுக்கு நீங்களே பொறுப்பாவீர்கள்.
   Read Instructions completely and carefully and fill in the details from Sl. No 1 to **16** in the OMR Answer Sheet and Sl. No. 1 to **16** in the Question Booklet. If you fail to fill in the details and sign as instructed correctly, you will be personally responsible for the consequences arising during scanning of your OMR Answer Sheet
3. தவறாக பூர்த்தி செய்யப்படும்/செய்யப்படாமல் உள்ள OMR விடைத்தாட்கள் மதிப்பீட்டிற்கு எடுத்துக் கொள்ளப்படமாட்டாது.
   OMR Answer Sheets will not be evaluated if the OMR Answer Sheet is filled in wrongly/unfilled
4. வினாத்தொகுப்பில் OMR விடைத்தாளின் எண்ணை அதற்கேன தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுத வேண்டும்.
   OMR Answer Sheet No. should be written in the space provided in the Question Booklet.
5. இந்த வினாத்தொகுப்பானது **130** வினாக்களை 29 பக்கங்களில் கொண்டுள்ளது. வினாத் தொகுப்பினை திறக்குமாறு அறிவுறுத்தப்பட்ட பின்னரே விண்ணப்பதாரர்கள் வினாத்தொகுப்பின் சீலிடப்பட்ட முத்திரைகளை திறக்க வேண்டும் வினாத் தொகுப்பின் பக்கம் 4 லிருந்து 29 வரை **130** வினாக்கள் இடம் பெற்றுள்ளனவா என பார்க்கவும்.
   The Question Booklet comprises of 29 pages having **130** questions. After being instructed to open the Booklet, then only the candidates should open the Question Booklet seals. Check whether the Booklet contains **130** Questions starting from page No. **4** to 29.
6. அனைத்து வினாக்களும் பல்விடை வகை வினாக்கள் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் ஒரே ஒரு சரியான விடை மட்டுமே உள்ளது **தவறான விடைகளுக்கு மதிப்பெண்கள் குறைக்கப்பட மாட்டாது.**
   All questions are of MCQ (Multiple choice question) type. There is only one correct answer to each question. **There will be no negative marking for wrong answers.**
7. "தமிழ் தகுதி வினாக்களைத் தவிர மற்ற அனைத்து கேள்விகளும் ஆங்கிலத்தில் உள்ளன."
   All questions other than Tamil Eligibility Questions are in English .
8. வினா (க்கள்) இல் தவறுகள் இருப்பின், தேர்வின் போது இந்த வினா (க்கள்) சரி செய்யப்படமாட்டாது.
   In event of any mistake in any question/s, no corrections will be made in the Question/s during the examination.
9. வினாத்தொகுப்பின் இறுதியில், செய்து பார்ப்பதற்கென தனியாக தரப்பட்டுள்ள இடத்திலேயே ROUGH WORK செய்து பார்க்க வேண்டும். இதை வினாத்தொகுப்பிலிருந்து கிழிக்கக்கூடாது. கூடுதல் தாள்கள் எதுவும் வழங்கப்படமாட்டாது.
   Rough work, it any, may be done in the Question Booklet only in the space provided at the end of the Booklet. Do not tear it off from the Question Booklet. No additional paper shall be provided.

Professor Academy

10. தேர்வு அறையில் மடக்கை அட்டவணை கால்குலேட்டர் அளவுகோல் மொபைல் தொலைபேசி, பேஜர், டிஜிட்டல் நாட்குறிப்பேடு மற்றும் எந்தவொரு மின்னணு சாதனங்களையும் பயன்படுத்துவது தடை செய்யப்பட்டுள்ளது இவற்றை பயன்படுத்தினால் தகுதி நீக்கம் செய்யப்படுவீர்கள்.
Use of Log tables, Calculators, Slide rules, Mobile Phone, Pager, Digital Diary or any other electronic item/ instrument etc. in the examination hall is not allowed. Their use will result in disqualification.
11. இந்த மாதிரி வினாத்தாள் Professor Academy -ஆல் தொகுக்கப்பட்டது
This Model Question Paper Prepared by Professor Academy.
12. வினாத்தொகுப்பானது விண்ணப்பதாரர்களுக்கு 1.50 பி.ப. க்கு வழங்கப்படும். விண்ணப்பதாரர்கள் வினாத் தொகுப்பு மற்றும் OMR விடைத்தாளில் நிரப்ப வேண்டிய விவரங்களை சரியாக நிரப்ப வேண்டும். 2.00 பி.ப மணிக்கு நீண்ட மணி ஒலிக்கும். அதன் பிறகே சீலிடப்பட்ட முத்திரையை திறக்க வேண்டும். வினாத்தொகுப்பினை திறந்தவுடன் ஏதேனும் பக்கம்/ வினா இல்லாமல் இருக்கிறதா அல்லது பக்கங்கள் கிழிந்தோ சரியாக அச்சு பதிவு ஆகாமலோ இருக்கிறதா. ஒரே பக்கம் திரும்ப திரும்ப வருகிறதா என சரிபார்க்கவும் வினாத் தொகுப்பில், எங்கேயாவது ஏதேனும் குறை இருப்பினும், அதை அறை கண்காணிப்பாளரிடம் தெரிவித்து வினாத் தொகுப்பினை மாற்றிக் கொள்ள வேண்டும் தேர்வு முடிவதற்கான எச்சரிக்கை மணி 4.55 பி.ப-க்கும், இறுதி மணி 5.00 பி.ப. க்கும் அடிக்கும்.
The Question Booklet will be issued to the candidates at 1.50 pm and the candidates must fill in all entries in Question Booklet and OMR Answer Sheet. Candidates should open the question booklet seal after a long bell at 2.00 pm. After opening the Question Booklet, ensure that any page/question is not missing/not printed/torn/ repeated. In case, you find any defect anywhere in the Question Booklet, immediately inform the Room Invigilator and get it replaced by him. Warning Bell will ring at 4.55 pm, and the last long bell will ring at 5.00 pm.
13. தேர்வு எண் OMR விடைத்தாள் எண், வினாத் தொகுப்பு எண். பெயர் மற்றும் கையொப்பம் போன்றவைகளை அதற்கேன வினாத் தொகுப்பு மற்றும் OMR விடைத்தாளில் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் நிரப்ப வேண்டும்.
Write your Roll No. OMR Answer Sheet No., Question Booklet Series, Name and put your signature in the space provided in the Question Booklet as well as in the OMR Answer Sheet.
14. ஒவ்வொரு வினாவிலும் A, B, C, D என்று குறிப்பிடப்பட்டுள்ள நான்கு விடைகள் தரப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு வினாவையும், கவனமாக படித்து, உங்களுக்கு சரியானது என கருதும் விடையினை தேர்ந்தெடுக்கவும். OMR விடைத்தாளில் அவ்வினாவிற்கென தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் சரியான வட்டத்தை நிழலிடுவதன் மூலம் உங்களது விடையை குறிப்பிடவும். நிழலிடுவதற்கென கருமைநிற பந்துமுனை பேனாவினா மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும்.
With each question, you will find four possible answers, marked by the letters A, B, C and D. Read each question carefully, and find out which answer, according to you is correct. Indicate your answer by darkening the appropriate circle completely in the OMR Answer Sheet corresponding to the question. For marking answer, use Black Ball Point pen only.
15. OMR விடைத்தாளானது கணினி மூலம் மதிப்பீடு செய்யப்படும்படி வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. மேற்கூறிய குறிப்புகளை கடைபிடிக்காவிடில், கணினி மூலம் மதிப்பீடு செய்வது இயலாததாகிவிடும். இதனால் விண்ணப்பதாரருக்கு ஏற்படும் இழப்புகளுக்கு விண்ணப்பதாரரே பொறுப்பாவார்.
OMR Answer Sheet is designed for computer evaluation. If you do not follow instructions given above and shown in the OMR Answer Sheet, evaluation by computer will become difficult. Any resultant loss to the candidate on the above account, shall be of the candidate only.
16. இறுதி மணி ஒலிப்பதற்கு முன் எந்தவொரு விண்ணப்பதாரரும் தேர்வு அறையை விட்டு வெளியேறக் கூடாது. தேர்வு அறையை விட்டுச் செல்லும் முன்பு OMR விடைத்தாளை அறை கண்காணிப்பாளரிடம் சமர்ப்பிக்க வேண்டும் வினாத் தொகுப்பினை விண்ணப்பதாரரே எடுத்துச் செல்லலாம்.
No candidate should leave the examination hall before the final bell. The OMR Answer Sheet should be handed over to the Room Invigilator before leaving the examination hall. The candidate is allowed to take the Question Booklet with him/her.

Professor Academy

Part-A
தமிழ் தகுதித் தேர்வு

1.போருழந் தெடுத்த ஆரெயில் நெடுங்கொடி ‘வாரல்’ என்பனபோல் மறித்துக்கை காட்ட” – இப்பாடலில் இடம் பெற்றுள்ள அணி ------------

அ.ஏகதேச உருவக அணி
ஆ.எடுத்துக்காட்டு உவமை அணி
இ.தற்குறிப்பேற்ற அணி
ஈ.நிரல் நிரை அணி

2.தன்மை அணியை………………என்றும் கூறுவர்.

அ) தீவக அணி
ஆ) உவமை அணி
இ) தன்மை நவிற்சி அணி
ஈ) தற்குறிப்பேற்ற அணி

3.பிரெஞ்சு மொழியில் வந்த “காந்தி வாழ்க்கை வரலாற்றின்” தமிழாக்க நூல் எது?

அ) உண்மை சுடும்
ஆ) ஒரு கதாசிரியரின் கதை
இ) வாழ்விக்க வந்த காந்தி
ஈ) தேவன் வருவார்

4.வெண்பாவில் அமைந்த நூல்கள் …………

அ) குறள்; நாலடியார்
ஆ) நாலடியார்; மணிமேகலை
இ) குறள்; சிலம்பு
ஈ) குறள், வளையாபதி

5.ஒருவன் இருக்கிறான் கதை வெளியான இதழ் …………………

அ) கலைமகள்
ஆ) கணையாழி
இ) குமுதம்
ஈ) ஆனந்தவிகடன்

6.காலக் கணிதம் கவிதையில் இடம்பெற்ற தொடர் ……….

அ) இகழ்ந்தால் என் மனம் இறந்து விடாது.
ஆ) என்மனம் இகழ்ந்தால் இறந்துவிடாது.
இ) இகழ்ந்தால் இறந்துவிடாது என் மனம்.
ஈ) என்மனம் இறந்துவிடாது இகழ்ந்தால்.

7.கண்ணதாசன் முதன் முதலில் திரைப்படத்திற்குப் பாடல் எழுதிய ஆண்டு……………………..

அ) 1939
ஆ) 1942
இ) 1949
ஈ) 1950

8.பொருத்துக.

1. கரையான் – அ) கட்டெறும்பு
2. காலக்கழுதை – ஆ) வந்தொட்டும்
3. தெருப்புழுதி – இ) காற்றுடைக்கும்
4. சட்ட ம் – ஈ) மண்வீடு கட்டும்
அ) 1.ஆ 2.அ 3.ஈ. 4.இ
ஆ) 1.ஈ 2.அ 3.ஆ 4.இ
இ) 1.ஆ 2.அ 3.இ 4.ஈ
ஈ) 1.அ 2.இ 3.ஆ 4.ஈ

9.மேன்மை தரும் அறம் என்பது………………

அ) கைம்மாறு கருதாமல் அறம் செய்வது.
ஆ) மறுபிறப்பில் பயன் பெறலாம் என்ற நோக்கில் அறம் செய்வது.
இ) புகழ் கருதி அறம் செய்வது.
ஈ) பதிலுதவி பெறுவதற்காக அறம் செய்வது

10.இரப்போர்க்கு ஈயாது வாழ்வதை விட உயிர் துறப்பது மேலானது’ என்று கூறும்
அகநூல்…………………..

அ) கலித்தொகை
ஆ) குறுந்தொகை
இ) ஐங்குறுநூறு
ஈ) பரிபாடல்.

11.வள்ளலின் பொருள், இரவலனின் பொருள்’ – என்றவர் ……………………

அ) நக்கீரர்
ஆ) கபிலர்
இ) பெரும்பதுமனார்
ஈ) நல்வேட்டனார்

12.சேர அரசர்களின் கொடைப் பதிவாக திகழும் நூல் ………………….

அ) புறநானூறு
ஆ) பரிபாடல்
இ) பதிற்றுப்பத்து
ஈ) சிலப்பதிகாரம்

Professor Academy

13.பொருத்துக.
அ) நக்கீரர் – 1. ஆடு கோட்பாட்டுச் சேரலாதன்
ஆ) ஔவையார் – 2. பெருஞ்சாத்தன்
இ) கபிலர் – 3. அதியன்
ஈ) நச்செள்ளையார் – 4. திருமுடிக்காரி
அ) 4, 3, 2, 1
ஆ) 3, 2, 1, 4
இ) 2, 3, 4, 1
ஈ) 2, 4, 3, 1

14.பொருத்துக.
1. செவிலித்தாய் – அ) பொருள் பொதிந்து கிடக்கின்றது.
2. புலவர் பாட்டு – ஆ) தெருவில் ஆடிப்பாடுபவர்.
3. இசைப்பாணர் – இ) பிறழ்ந்து செல்கின்றன.
4. குளத்து மீன்கள் – ஈ) சினங்காட்டுவார்.
அ) 1.ஆ 2.அ 3.ஈ 4.இ
ஆ) 1.ஈ 2.அ 3.ஆ 4.இ
இ) 1.ஆ 2.அ 3.இ 4.ஈ
ஈ) 1.அ 2.இ 3.ஆ 4.ஈ

15.படுகர் இனமக்களின் வாழ்வியல் மாற்றத்தைப் பேசும் புதினம் ………………………..
அ) கரிப்புமணிகள்
ஆ) வேருக்குநீர்
இ) சேற்று மனிதர்கள்
ஈ) குறிஞ்சித்தேன்

16.1954-ல் தாமரையணி விருது பெற்றவர் ………………………..
அ) சின்னப்பிள்ளை
ஆ) பாலசரசுவதி
இ) எம்.எஸ். சுப்புலட்சுமி
ஈ) ராஜம் கிருஷ்ணன்

17.‘கடுகி செல்’ – இதில் ‘கடுகி’ என்பதன் பொருள் ………………………….
அ) செல்லுதல்
ஆ) மெதுவாக
இ) விரைந்து
ஈ) இயல்பாக

18.“முன்னும் நினைவால் முடிதாழ வாழ்த்துவமே”- என்று பாடியவர்
அ) பெருஞ்சித்திரனார்
ஆ) க.சச்சிதானந்தன்
இ) வாணிதாசன்
ஈ) கண்ண தாசன்

19.செந்தமிழ் – பிரித்து எழுதுக.
அ) செந் + தமிழ்
ஆ) செம் + தமிழ்
இ) செ + தமிழ்
ஈ) செம்மை + தமிழ்

20.பொருத்துக.
1. நடத்தல் – அ) எதிர்மறைத் தொழிற்பெயர்
2. கொல்லாமை – ஆ) வினையாலணையும் பெயர்
3. கேடு – இ) தொழிற்பெயர்
4. வந்தவர் – ஈ) முதனிலைத் திரிந்த தொழிற்பெயர்
அ) 1.ஆ 2.அ 3.ஈ 4.இ
ஆ) 1.இ 2.அ 3.ஈ. 4.ஆ
இ) 1.இ 2.ஆ 3.ஈ. 4.அ
ஈ) 1.இ 2.அ 3.ஆ 4.ஈ

21.உறாஅர்க்கு, வரனசைஇ – அளபெடை வகை
அ) சொல்லிசை, இன்னிசை
ஆ) ஒற்றளபெடை, சொல்லிசை
இ) செய்யுளிசை, சொல்லிசை
ஈ) இன்னிசை, சொல்லிசை

22.தொழிலைச் செய்யும் கருத்தாவைக் குறிப்பது
அ) தொழிற்பெயர்
ஆ) முதனிலை திரிந்த தொழிற்பெயர்
இ) முதனிலைத் தொழிற்பெயர்
ஈ) வினையாலணையும் பெயர்

23.‘பெரிய மீசை’ சிரித்தார் – வண்ணச் சொல்லுக்கான தொகையின் வகை எது?
அ) பண்புத்தொகை
ஆ) உவமைத்தொகை
இ) அன்மொழித்தொகை
ஈ) உம்மைத்தொகை

24.கீழ்க்காணும் சொற்களில் உம்மைத்தொகை அல்லாத சொல் எது?
அ) தேர்ப்பாகன்
ஆ) அண்ண ன் தம்பி
இ) வெற்றிலை பாக்கு
ஈ) இரவு பகல்

25.பண்புத்தொகை அல்லாத ஒன்று
அ) செங்காந்தள்
ஆ) வட்டத்தொட்டி
இ) இன்மொழி
ஈ) கொல்களிறு

Professor Academy

***26.* காலம் கரந்த பெயரெச்சம்**

அ) வினைத்தொகை
ஆ) பண்புத்தொகை
இ) உவமைத்தொகை
ஈ) உம்மைத்தொகை

***27.* கோசல நாட்டில் கொடை இல்லாத காரணம் என்ன?**

அ) நல்ல உள்ளம் உடையவர்கள் இல்லாததால்
ஆ) ஊரில் விளைச்சல் இல்லாததால்
இ) அரசன் கொடுங்கோல் ஆட்சி புரிவதால்
ஈ) அங்கு வறுமை இல்லாததால்

***28.* ஓர் உயிர் பல உடல்களில் ஊடுருவி உலாவுவது போல பாயும் நதியாகப் பாலகாண்டத்தில் குறிப்பிடப்படுவது …………….**

அ) சரயு
ஆ) யமுனை
இ) பிரம்மபுத்திரா
ஈ) கங்கை

***29.* குன்றேறி யானைப்போர் கண்டற்றால் தன்கைத்தொன்
றுண்டாகச் செய்வான் வினை – இக்குறளில் பயின்று வரும் அணி.**

அ) உவமையணி
ஆ) உருவக அணி
இ) வேற்றுமை அணி
ஈ) பிறிது மொழிதல் அணி

***30.* வடாமுயற்சி, சிறந்த அறிவாற்றல் இவ்விரண்டையும் இடைவிடாமல் பின்பற்றுபவரின் குடி………………**

அ) உயர்ந்து விளங்கும்
ஆ) தாழ்ந்து நிற்கும்
இ) வாடிப் போகும்
ஈ) காணாமல் நீங்கும்

Professor Academy

Part B
Mathematics

31. Consider the following congruences:

$$\begin{aligned} &(1) \quad x \equiv 3 \pmod 4 \\ &(2) \quad x \equiv 11 \pmod 8 \\ &(3) \quad x \equiv 13 \pmod{16} \end{aligned}$$

Then:

A. (1) and (2) have a common solution, but (1) and (3) do not have a common solution

B. All three congruences have a common solution

C. (1) and (3) have a common solution, but (2) and (3) do not have a common solution

D. Any two of the congruences have a common solution

32. Let $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} | x \in \mathbb{R} \right\}$. Consider the following statements:

1. $(M, \cdot)$ is not a group
2. $(M, \cdot)$ is a group
3. $(M, +, \cdot)$ is a commutative ring with unity
4. $(M, +, \cdot)$ is a field

Then:

A. (1) is true

B. only (2) and (3) are true

C. only (2) and (4) are true

D. Each of (2), (3), and (4) is true

33. Which of the following groups is simple?

A. Klein four group

B. Icosahedral group

C. S_3

D. Cyclic group of order 15

Professor Academy

34. Which of the following is true?

A. The ring of polynomials over a ring is an integral domain.

B. The ring of $n \times n$-matrices over a field is an integral domain.

C. If in the ring $M_n(F)$ of $n \times n$-matrices over a field F, A is a matrix such that $AB \neq 0$ for every $B(\neq 0) \in M_n(F)$, then A is invertible.

D. If in the ring of polynomials over a ring R we have a polynomial $f(x)$ such that $f(\alpha) = 0$ for every $\alpha \in R$, then $f \equiv 0$ polynomial.

35. Let $\mathbb{R}[X]$ be the polynomial ring in one indeterminate over the field of real numbers. Then in the quotient ring $\mathbb{R}[X]/(X^8 + 1)$, the number of maximal ideals is:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

36. Let p be an odd prime number and $\mathbb{Z}[\sqrt{-p}] = \{a + b\sqrt{-p} \mid a, b \in \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{C}\}$. Then the ring $\mathbb{Z}[\sqrt{-p}]$ is:

A. Not a Euclidean domain, but is a PID (Principal Ideal Domain)

B. Not a PID, but is an UFD

C. Neither Euclidean domain, nor a PID, but is an UFD

D. Not an UFD

37. The degree of the splitting field of the polynomial $x^3 - 2 \in \mathbb{Q}[x]$ is:

A. 3

B. 6

C. 5

D. 4

38. Let T be a linear operator on a finite-dimensional vector space V and let W be a subspace of V. Then:

A. $\dim W = \dim V = \dim VW$

B. Every basis of V/W can be constituted with only elements of W

C. $\dim V \geq \dim W + \dim V/W$

D. $\frac{W}{W \cap \ker T} \cong T(W)$

Professor Academy

39. If the transformation $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ is defined by $T(X) = X'AX$, where A is any $n \times n$ symmetric matrix, then $T(X+Y)$ is equal to:

A. $T(X) + 2X'AY + T(Y)$

B. $TX + T(Y)$

C. $T(X) + X'AY + T(Y)$

D. $T(X) + Y'AX + T(Y)$

40. Which of the following numbers *can* be written as the sum of two squares?

A. 21

B. 25

C. 14

D. 22

41. $\lim_{n\to\infty} \frac{((n+1)(n+2)...(n+n))^{1/n}}{n}$

A. Is equal to $\frac{e}{4}$

B. Is equal to $\frac{4}{e}$

C. Is equal to e

D. Does not exist

42. Let $f_n(x) = \dfrac{x}{1+nx^2}$ on $[0, \infty)$. Consider the limit of (f_n).

A. $f_n \to 0$ pointwise and uniformly on $[0, \infty)$

B. $f_n \to 0$ pointwise but not uniformly on $[0, \infty)$

C. $f_n \to \dfrac{1}{x}$ pointwise for $x \neq 0$

D. f_n does not converge

43. Consider the sequence $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, where

$$a_n = \left(3 + 5\left(\frac{1}{2}\right)^n + (-1)^n\left(\frac{1}{4} + (-1)^n\frac{2}{n}\right)\right).$$

Then the interval $(\liminf_{n\to\infty} a_n, \limsup_{n\to\infty} a_n)$ is given by

A. $(-2, 8)$

B. $\left(\frac{11}{4}, \frac{13}{4}\right)$

C. $(3, 5)$

D. $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right)$

Professor Academy

44. Let $h : [0,1] \to \mathbb{R}$ be defined by

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Which of the following statements is true?

A. h is continuous everywhere

B. h is Riemann integrable and its integral is $\frac{1}{3}$

C. h is bounded but not Riemann integrable

D. h is unbounded

45. Suppose that A, B are two non-empty subsets of $\mathbb{R}$ and $C = A \cap B$. Which of the following conditions imply that C is empty?

A. A and B are open and C is compact

B. A and B are open and C is closed

C. A and B are both dense in $\mathbb{R}$

D. A is open and B is compact

46. Which of the following functions on $[0,1]$ has unbounded variation?

A. $f(x) = x^3$

B. $f(x) = |x - 1/3|$

C. $f(x) = \sin(\pi x)$

D. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^2 \pi x)}{n}$

47. Which of the following functions is uniformly continuous on $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = \tan^{-1}(x)$

B. $f(x) = x^2$

C. $f(x) = e^x$

D. $f(x) = \sin(x^2)$

48. Let $h : [0,1] \to \mathbb{R}$ be defined by

$$h(x) = \begin{cases} x^2, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Then h is:

A. Riemann integrable with integral $\frac{1}{3}$

B. Riemann integrable with integral 0

Professor Academy

C. Not Riemann integrable

D. Unbounded on $[0, 1]$

49. Find the directional derivative of

$$f(x, y) = x^2y + y^2$$

at the point $(1, 2)$ in the direction of the unit vector

$$\vec{u} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

A. 6

B. $\frac{9}{\sqrt{2}}$

C. $\frac{6}{\sqrt{2}}$

D. $\frac{7}{\sqrt{2}}$

50. Let

$$a_n = \frac{5n^2 - 2}{10n^2 + 7}.$$

Then the sequence (a_n):

A. Diverges to $+\infty$

B. Convergent but not Cauchy

C. Cauchy and convergent to $\frac{1}{2}$

D. Oscillatory and divergent

51. Let $x = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$, $y = -\frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})$. Then:

A. $x^2 + y^2 = 1$.

B. $x^2 - y^2 = x - y$.

C. $(xy)^2 = xy$.

D. $x^3 = x$, $y^3 = y$.

52. Let $f(z) = \sin z$, $z \in \mathbb{C}$. Then $f(z)$:

A. is bounded in the complex plane.

B. assumes all complex numbers.

C. assumes all complex numbers except i.

D. assumes all complex numbers except i and $-i$.

Professor Academy

53. Define $f : \mathbb{C} - \{0\} \to \mathbb{C}$ by $f(z) = \frac{1}{z}$. Then the power series expansion of $f(z)$ about $z = 1$ in the disc $\{z : |z-1| < 1\}$ is:

A. $1 - (z-1) + (z-1)^2 - (z-1)^3 + \ldots$

B. $1 + (z-1) + (z-1)^2 + (z-1)^3 + \ldots$

C. $1 - z + z^2 - z^3 + \ldots$

D. $1 + z + z^2 + z^3 + \ldots$

54. For a complex number z, the inequality $|z - i| < |z + i|$ is:

A. never true.

B. always true.

C. true if and only if $\mathrm{Im}(z) > 0$.

D. true if and only if $\mathrm{Re}(z) > 0$.

55. Let f be an entire function such that $|f(z)| > M$ for some $M > 0$. Then which one of the following is true?

A. f is an identity map.

B. $f(z) = z^2$.

C. f is a constant.

D. $f(z) = z^3$.

56. The value of $\int_{|z|=1} \frac{\sin z}{z} dz$ is:

A. $2\pi i$

B. 0

C. 2π

D. $-2\pi i$

57. If $|e^{e^z}| = 1$ for a complex number $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$, then which of the following is true?

A. $x = n\pi$ for some integer n

B. $y = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ for some integer n

C. $y = n\pi$ for some integer n

D. $x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ for some integer n

Professor Academy

58. Let $\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} : \text{Im}(z) > 0\}$ denote the upper half plane and let $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ be defined by $f(z) = e^{iz}$. Which one of the following statements is true?

A. $f(\mathbb{H}) = \mathbb{C}\backslash\{0\}$

B. $f(\mathbb{H}) \cap \mathbb{H}$ is countable

C. $f(\mathbb{H})$ is bounded

D. $f(\mathbb{H})$ is a convex subset of $\mathbb{C}$

59. How many roots does the polynomial $z^{100} - 50z^{30} + 40z^{10} + 6z + 1$ have in the open disc $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$?

A. 100

B. 50

C. 30

D. 0

60. Let $a, b \in \mathbb{C}$ and D be a disc in $\mathbb{C}$, and $f(z) = ae^z + be^{-z}$ for all $z \in \mathbb{C}$. If $f(z) = 0$ for all $z \in D$, then:

A. $a = 0$ and $b = 0$

B. $a = 0$ and $b = 1$

C. $a = 1$ and $b = 0$

D. $a = 1$ and $b = 1$

61. Let $X = \mathbb{R}$ with the usual topology. Consider the set

$$T = \{n + m\pi \mid n, m \in \mathbb{Z}\}.$$

Which of the following statements is TRUE?

A. T is uncountable and closed.

B. T is countable and dense in $\mathbb{R}$.

C. T is finite.

D. T is connected.

62. Let $T : \ell^2 \to \ell^2$ be the right shift operator defined by

$$T(x_1, x_2, x_3, \dots) = (0, x_1, x_2, \dots).$$

Then the spectrum $\sigma(T)$ of T is:

A. $\{0\}$

B. $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$

C. $\{1\}$

Professor Academy

D. $\emptyset$

63. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be defined by $f(x) = x^3$. Then f is:

A. Continuous but not differentiable

B. Differentiable but not continuous

C. Both continuous and differentiable

D. Neither continuous nor differentiable

64. Let $X = \mathbb{R}$ with the usual topology, and let

$$S = \mathbb{Q} \cap [0, 1].$$

Which of the following statements is TRUE?

A. S is connected.

B. S is compact.

C. S is dense in $[0, 1]$.

D. S is closed.

65. Let X be an uncountable set equipped with the co-countable topology: a subset $U \subseteq X$ is open if $X \setminus U$ is countable or empty. Which of the following statements is TRUE?

A. X is Hausdorff (T_2).

B. X is T_1 but not Hausdorff.

C. Every subset of X is compact.

D. No singleton in X is closed.

66. Let $x = (3, 4)$ in $\mathbb{R}^2$ and $u = (1, 2)$. Find the orthogonal projection of x onto u.

A. $\left(\frac{11}{5}, \frac{22}{5}\right)$

B. $(2, 4)$

C. $(3, 4)$

D. $(0, 0)$

67. Let $T : X \to Y$ be a bounded linear operator between Banach spaces and assume T is surjective. Which of the following statements is TRUE?

A. T is compact.

B. T^{-1} exists and is bounded.

C. T is self-adjoint.

D. T is unitary.

Professor Academy

68. Let $T : L^2([0, 2\pi]) \to L^2([0, 2\pi])$ be the operator defined by

$$(Tf)(x) = e^{ix} f(x).$$

Then T is:

A. Self-adjoint

B. Unitary

C. Compact

D. Nilpotent

69. Let $T : X \to X$ be a bounded linear operator on a Banach space X. Which of the following is always TRUE?

A. T is invertible.

B. T is continuous.

C. T is compact.

D. T is self-adjoint.

70. Let $X = [0, 2] \subset \mathbb{R}$ with the usual topology, and let

$$S = [0, 1) \cup (1, 2].$$

Which of the following statements is TRUE?

A. S is connected.

B. S is compact.

C. S is both open and closed in X.

D. S is neither open nor closed in X.

71. The solution of the differential equation

$$y' - 2xy = xy^2$$

is:

A. $\left[-\frac{1}{2} + ce^{-x^2}\right]^2$

B. $\left[-\frac{1}{2} + ce^{-x^2}\right]^{-1}$

C. $\left[-\frac{1}{2} + ce^{x^2}\right]^{-1}$

D. $\left[-\frac{1}{2} + ce^{x^2}\right]^2$

Professor Academy

72. The orthogonal trajectories of the parabola $6ay^2 = (x-3)$, where a is a variable parameter, is given by the equation:

A. $(x+3)^2 + y^2 = c^2$

B. $(x-3)^2 + \frac{y^2}{2} = c^2$

C. $\frac{(x-3)^2}{2} + y^2 = c^2$

D. $(x-3)^2 - y^2 = c^2$

73. Consider the differential equations:

$$x^2y'' + (\sin x)y = 0 \quad ...... \ (1)$$

$$x^2y'' + (\sin x)y' = 0 \quad ...... \ (2)$$

Then $x = 0$ is the:

A. Singular point of both equations (1) and (2).

B. Ordinary point of both equations (1) and (2).

C. Ordinary point of the equation (1) and regular singular point of the equation (2).

D. Regular singular point of the equation (1) and irregular singular point of the equation (2).

74. Let ϕ_1, ϕ_2 be two linearly independent solutions of the equation $y'' + a_2(x)y = 0$. Then the Wronskian of ϕ_1 and ϕ_2 at any point in the interval I:

A. is zero for all x.

B. is constant for all x.

C. is a linear function of x.

D. is a quadratic polynomial in x.

75. The set of linearly independent solutions of the differential equation: $\frac{d^4y}{dx^4} - \frac{d^2y}{dx^2} = 0$ is:

A. $\{1, x, e^x, e^{-x}\}$

B. $\{1, x, e^x, xe^{-x}\}$

C. $\{1, x, e^{-x}, xe^{-x}\}$

D. $\{1, x, e^{-x}, xe^x\}$

Professor Academy

76. The Picard iteration (first step) for

$$y' = 1, \quad y(0) = 2$$

gives:

A. $y_1(x) = 2$

B. $y_1(x) = 2 + x$

C. $y_1(x) = x$

D. $y_1(x) = 2 + x^2/2$

77. Use one step of RK4 with $h = 0.1$ for

$$y' = 0, \quad y(0) = 5$$

to approximate $y(0.1)$. The value is:

A. 5

B. 5.1

C. 4.9

D. 0

78. For the boundary value problem:

$$y'' = f(x), \quad y(0) = y(1) = 0,$$

the Green's function $G(x, \xi)$ is:

A. $G(x, \xi) = x\xi$

B. $G(x, \xi) = x_<(1 - x_>)$

C. $G(x, \xi) = \sin(x)\sin(\xi)$

D. $G(x, \xi) = e^x e^\xi$

79. The solution of the initial value problem using Euler's method with step size $h = 0.1$ for

$$y' = x, \quad y(0) = 0$$

after one step is:

A. 0.01

B. 0.1

C. 0.05

D. 0.001

Professor Academy

80. Consider the boundary value problem

$$-\frac{d^2y}{dx^2} = \lambda y, \qquad 0 < x < \pi$$

subject to Neumann boundary conditions

$$y'(0) = 0, \qquad y'(\pi) = 0.$$

Which of the following gives the correct eigenvalues and eigenfunctions?

(A) $\lambda_n = (2n-1)^2, \quad y_n(x) = \sin\big((2n-1)x\big)$

(B) $\lambda_n = n^2, \quad y_n(x) = \sin(nx)$

(C) $\lambda_n = n^2, \quad y_n(x) = \cos(nx) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$

(D) $\lambda_n = (2n)^2, \quad y_n(x) = \cos(2nx)$

81. Classify the second-order PDE:

$$u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$$

A. Elliptic

B. Hyperbolic

C. Parabolic

D. None of these

82. Solve the first-order PDE using Lagrange's method:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

A. $u = f(x + y)$

B. $u = f(x - y)$

C. $u = f(xy)$

D. $u = f(x/y)$

83. Solve the first-order nonlinear PDE using Charpit's method:

$$(u_x)^2 - (u_y)^2 = 1$$

A. $u = \sqrt{x^2 - y^2}$

B. $u = \sqrt{x^2 + y^2}$

C. $u = x - y$

D. $u = x + y$

Professor Academy

84. Solve the homogeneous PDE using Lagrange's method:

$$xu_x + yu_y = u$$

A. $u = x + y$

B. $u = xy$

C. $u = f(y/x)x$

D. $u = x/y$

85. Solve 1D heat equation with separation of variables:

$$u_t = u_{xx}, \quad u(0,t) = u(L,t) = 0, \quad u(x,0) = \sin(3\pi x/L)$$

A. $u(x,t) = e^{-9\pi^2 t/L^2} \sin(3\pi x/L)$

B. $u(x,t) = e^{-3\pi^2 t/L^2} \sin(3\pi x/L)$

C. $u(x,t) = e^{-9\pi t/L} \sin(3\pi x/L)$

D. $u(x,t) = \sin(3\pi x/L)$

86. Solve the wave equation with nonzero initial velocity:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}, \quad u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = x$$

A. $u(x,t) = \frac{x}{c} \sin(ct)$

B. $u(x,t) = \frac{x}{c} \sin(\pi ct)$

C. $u(x,t) = \frac{1}{2c} \int_{x-ct}^{x+ct} s\, ds$

D. $u(x,t) = xt$

87. Solve Laplace's equation in a rectangular domain using separation of variables:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad 0 < x < 1,\ 0 < y < 1$$

with boundary conditions $u(0,y) = u(1,y) = 0$, $u(x,0) = 0$, $u(x,1) = f(x)$.

A. $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sinh(n\pi y) \sin(n\pi x)$

B. $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cosh(n\pi y) \cos(n\pi x)$

C. $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{ny} \sin(n\pi x)$

D. $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n y \sin(n\pi x)$

88. Solve the 1D heat equation:

$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < 1,\ t > 0, \quad u(0,t) = u(1,t) = 0, \quad u(x,0) = \sin(\pi x)$$

A. $u(x,t) = e^{-\pi^2 t} \sin(\pi x)$

B. $u(x,t) = e^{-\pi t} \cos(\pi x)$

Professor Academy

C. $u(x,t) = e^{-t}\sin(\pi x)$

D. $u(x,t) = \sin(\pi x)$

89. Solve the wave equation:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}, \quad u(x,0) = \sin(\pi x), \quad u_t(x,0) = 0, \quad 0 < x < 1$$

A. $u(x,t) = \sin(\pi x)\cos(\pi ct)$

B. $u(x,t) = \sin(\pi x)\sin(\pi ct)$

C. $u(x,t) = \cos(\pi x)\cos(\pi ct)$

D. $u(x,t) = \cos(\pi x)\sin(\pi ct)$

90. Solve the Cauchy problem for first-order PDE:

$$u_x + 2u_y = 0, \quad u(x,0) = x^2$$

A. $u = x^2$

B. $u = (x - 2y)^2$

C. $u = (x + y)^2$

D. $u = (x + 2y)^2$

91. The phase space trajectory of an otherwise free particle bouncing between two hard balls elastically in one dimension is:

A. Straight line

B. Parabola

C. Rectangle

D. Circle

92. A particle of unit mass moves along the x-axis under the influence of the potential: $V(x) = x(x-2)^2$. The particle is in stable equilibrium at $x = 2$. The time period of oscillation is:

A. $\pi/2$

B. π

C. $3\pi/2$

D. 2π

Professor Academy

93. Two bodies of mass $2m$ and $3m$ are connected by a spring of constant k. The frequency of the normal mode is:

A. $\sqrt{5k/6m}$

B. $\sqrt{3k/2m}$

C. $\sqrt{k/m}$

D. $\sqrt{2k/3m}$

94. The Lagrangian of a diatomic molecule is given by $L = \frac{m}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) - \frac{k}{4}x_1x_2$, where m is the mass of each atom and x_1 and x_2 are the displacements of the atoms from equilibrium. The normal frequencies are:

A. $\pm(k/2m)^{1/2}$

B. $\pm(k/m)^{1/2}$

C. $\pm(k/4m)^{1/2}$

D. $\pm(k/2m)^{1/4}$

95. The Lagrangian for a simple pendulum is $L = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2 - mgL(1 - \cos\theta)$. The Poisson bracket $\{\theta, \dot{\theta}\}$ is:

A. 1

B. $1/(mL^2)$

C. $1/m$

D. g/L

96. Given the original Lagrangian $L_0 = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{1}{2}m\omega^2q^2$ is modified to $L = L_0 + \alpha q\dot{q}$. Which is TRUE?

A. Both canonical momentum and equation of motion do not change

B. Canonical momentum changes, equation of motion does not change

C. Canonical momentum does not change, equation of motion changes

D. Both canonical momentum and equation of motion change

97. Let (p, q) and (P, Q) be two pairs of canonical variables. The transformation is $Q = q^\alpha\cos(\beta p)$, $P = q^\alpha\sin(\beta p)$. The transformation is canonical for:

A. $\alpha = 2,\ \beta = 1/2$

B. $\alpha = 2,\ \beta = 2$

C. $\alpha = 1,\ \beta = 1$

D. $\alpha = 1/2,\ \beta = 2$

Professor Academy

98. The curve for which the area of the surface of revolution is minimum when revolved about the x-axis is the solution of the equation:

A. $ay' = \sqrt{y^2 - a^2}$

B. $\sqrt{y^2 - a^2}y' = a$

C. $\sqrt{x^2 - a^2}y' = a$

D. $ay' = \sqrt{x^2 - a^2}$

99. The vibrational problem of extremizing the functional:

$$I(y(x)) = \int_0^{2\pi} (y'^2 - y^2)\, dx, \quad y(0) = 1, \quad y(2\pi) = 1,$$

has:

A. a unique solution

B. exactly two solutions

C. infinitely many solutions

D. no solution

100. The Euler's equation for the extremization of the functional:

$$I(y(x)) = \int_0^{\pi/2} (2xy + x'^2 + y'^2)\, dt, \quad x^2 = \frac{dx}{dt},$$

is:

A. $x'' - y = 0$

B. $y''' - x = 0$

C. $\frac{d^4y}{dt^4} + y = 0$

D. $x'' + y = 0$

101. At a point on a surface, the principal curvatures are $\kappa_1 = 3$ and $\kappa_2 = 1$. What is the maximum normal curvature at that point?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Professor Academy

102. At a non-umbilic point on a surface, Dupin's indicatrix helps classify the local shape of the surface. Which of the following correctly describes the type of indicatrix based on the Gaussian curvature K?

A. $K > 0$: hyperbola, $K < 0$: ellipse

B. $K = 0$: pair of intersecting lines

C. $K > 0$: ellipse, $K < 0$: hyperbola

D. $K < 0$: parabola

103. Let u and v be two tangent vectors at a point on a smooth surface. These directions are said to be conjugate if:

A. $\mathrm{II}(u, u) = 0$

B. $\mathrm{II}(u, v) = 0$

C. $\langle u, v \rangle = 0$ with respect to the first fundamental form

D. u and v are principal directions

104. Let the surface be given as the graph $z = f(x, y) = x^2 + 3y^2$. The Gaussian curvature K at the origin $(0, 0, 0)$ equals:

A. 0

B. 6

C. 12

D. -12

105. Which of the following surfaces can be developed onto a plane without stretching, i.e., are locally isometric to the plane?

A. Cylinder

B. Sphere

C. Torus

D. Paraboloid

106. Consider a surface of revolution obtained by rotating the curve $y = f(x)$ about the x-axis. The Gaussian curvature K at a point on the surface is given by:

A. $K = -\dfrac{f''}{f(1 + (f')^2)^2}$

B. $K = \dfrac{f''}{f(1 + (f')^2)^2}$

C. $K = \dfrac{f''}{(1 + (f')^2)^2}$

D. $K = \dfrac{f'' f}{(1 + (f')^2)^2}$

Professor Academy

107. At a point on a smooth surface, the normal curvature in a direction making an angle θ with the principal direction corresponding to curvature κ_1 is given by:

A. $\kappa_n(\theta) = \kappa_1 \cos^2\theta + \kappa_2 \sin^2\theta$

B. $\kappa_n(\theta) = \kappa_1 \cos\theta + \kappa_2 \sin\theta$

C. $\kappa_n(\theta) = \kappa_1 \sin^2\theta + \kappa_2 \cos^2\theta$

D. $\kappa_n(\theta) = \kappa_1 \cos^3\theta + \kappa_2 \sin^3\theta$

108. The nontrivial solution of the integral equation:

$$x(t) = \lambda \int_0^1 e^{t+s} x(s)\, ds$$

is:

A. t

B. t^2

C. e^{e^2}

D. e^t

109. Eigenvalues of the homogeneous Fredholm integral equation:

$$x(t) = \lambda \int_0^1 (1 - 3ts) x(s)\, ds$$

are:

A. $1, 2$

B. $2, -2$

C. $2, -1$

D. $1, -2$

110. The solution of the homogeneous integral equation:

$$x(t) = \lambda \int_0^1 ts\, x(s)\, ds, \quad \text{for } \lambda \neq 0, \text{ is:}$$

A. t^2

B. $1 + t^2$

C. t

D. $1 + t$

111. Consider the linear programming problem:

$$\text{Maximize } Z = 4x + 3y \quad \text{s.t. } 2x + y \leq 8,\ x \leq 3,\ y \leq 4,\ x, y \geq 0.$$

Find the optimal solution.

Professor Academy

A. $(x, y) = (3, 2), Z = 18$

B. $(x, y) = (2, 4), Z = 20$

C. $(x, y) = (3, 1), Z = 15$

D. $(x, y) = (0, 4), Z = 12$

112. A single-server queuing system has Poisson arrivals with $\lambda = 4$ per hour and exponential service with $\mu = 6$ per hour. Compute the average number of customers in the system.

A. 0.5

B. 2

C. 1

D. 1.5

113. Consider a deterministic inventory system with demand $D = 120$ units/month, ordering cost $C_0 = 60$, holding cost $h = 3$. Find EOQ.

A. 40

B. 60

C. 70

D. 100

114. A 2x2 zero-sum game has payoff matrix:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Find the value of the game.

A. 2

B. 2.5

C. 3

D. 3.2

115. In a two-server queue with $\lambda = 10$, $\mu = 7$, find traffic intensity.

A. 0.7

B. 0.71

C. 0.72

D. 0.75

Professor Academy

116. Consider replacement problem: maintenance cost $C(t) = 5 + t$, replacement cost 40. Find optimal replacement time.

A. 5.94

B. 8.94

C. 7.74

D. 8.24

117. Solve NLM problem: Maximize $f(x, y) = 2x + y$ subject to $x + y = 6$.

A. $(6, 0), f = 12$

B. $(4, 2), f = 10$

C. $(3, 3), f = 9$

D. $(0, 6), f = 6$

118. A system has 2 components in series, each with reliability 0.9. Find the system reliability.

A. 0.81

B. 0.85

C. 0.9

D. 0.95

119. Dynamic programming: Decision $x_1 = 0, 1$ cost $C_1(0) = 3, C_1(1) = 2$, x_2 cost $C_2(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$. Minimum total cost?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

120. Integer programming: Max $Z = 2x + 3y$ s.t. $x + y \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, integers. Optimal solution?

A. $(0, 4), Z = 12$

B. $(2, 2), Z = 10$

C. $(3, 1), Z = 9$

D. $(1, 3), Z = 8$

Professor Academy

121. A fair coin is tossed twice. What is the probability of getting at most one head?

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. 1

122. A disease has prevalence 1%. A diagnostic test has sensitivity 99% and specificity 95%. If the test is positive, what is the posterior probability that the subject has the disease?

A. 0.01

B. 0.091

C. 0.167

D. 0.50

123. Let a random variable X have PDF

$$f(x) = 3x^2, \quad 0 < x < 1.$$

Find the CDF $F(x)$.

A. x

B. x^2

C. x^3

D. $1 - x^3$

124. Let $X \sim \text{Binomial}(n = 10, p = 0.3)$. What is $E[X]$?

A. 1

B. 3

C. 7

D. 10

Professor Academy

125. Let the joint PDF of (X, Y) be

$$f(x, y) = 4xy, \quad 0 < x < 1,\ 0 < y < 1.$$

Find the marginal density $f_X(x)$.

A. $4x$

B. $2x$

C. $4x(1-x)$

D. $x(1-x)$

126. What is the characteristic function of a Poisson(λ) random variable?

A. $\exp\{\lambda(e^{it} - 1)\}$

B. $e^{\lambda it}$

C. $(1-\lambda) + \lambda e^{it}$

D. $\dfrac{1}{1 - \lambda(e^{it} - 1)}$

127. Suppose $\mu = 10$ and $\text{Var}(X) = 25$. Use Chebyshev's inequality to bound

$$P(|X - 10| \geq 10).$$

A. 1

B. 0.5

C. 0.25

D. 0.10

128. Given points $(1, 1), (2, 4), (3, 9)$, find the least squares estimate of slope b in

$$y = a + bx.$$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Professor Academy

129. Let $X_1, \ldots, X_{50}$ be i.i.d. with $E[X_i] = 2$ and $\text{Var}(X_i) = 4$. Approximate

$$P\left(\sum_{i=1}^{50} X_i > 110\right)$$

using the Central Limit Theorem.

A. 0.075

B. 0.1587

C. 0.2398

D. 0.3413

130. Let $X_1, \ldots, X_n$ be i.i.d. $N(\mu, \sigma^2)$ with both μ and σ^2 unknown. For testing $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu \neq \mu_0$, the likelihood ratio test (LRT) leads to which of the following rejection rules at significance level α?

A. Reject H_0 if $\dfrac{|\bar{X} - \mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} > z_{1-\alpha/2}$ (using true σ)

B. Reject H_0 if $|\bar{X} - \mu_0| > c$, where c is chosen so that $P(|\bar{X} - \mu_0| > c) = \alpha$ (implicit)

C. Reject H_0 if $\dfrac{|\bar{X} - \mu_0|}{S/\sqrt{n}} > t_{n-1,\,1-\alpha/2}$, where S^2 is sample variance.

D. Reject H_0 if $\dfrac{n(\bar{X} - \mu_0)^2}{S^2} > \chi^2_{n,\,1-\alpha}$

Professor Academy

Professor Academy

Professor Academy